

PERTEMUAN - 2

VEKTOR DAN RESULTAN GAYA



MATA KULIAH
MEKANIKA TEKNIK
(*Mechanics Engineering*)

2 sks

PRODI: TEKNIK INDUSTRI
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MEDAN AREA

Sirmas Munte, ST, MT

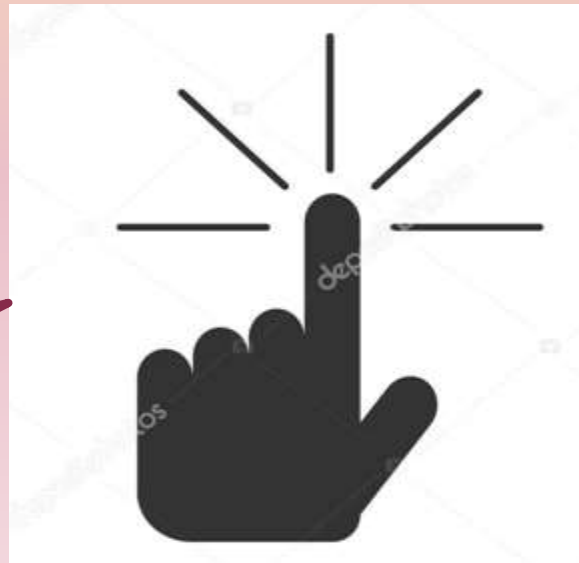
MEKANIKA TEKNIK (MECHANICS ENGINEERING)

VEKTOR DAN RESULTAN GAYA

1. VEKTOR

2. RESULTAN DUA
BUAH VEKTOR

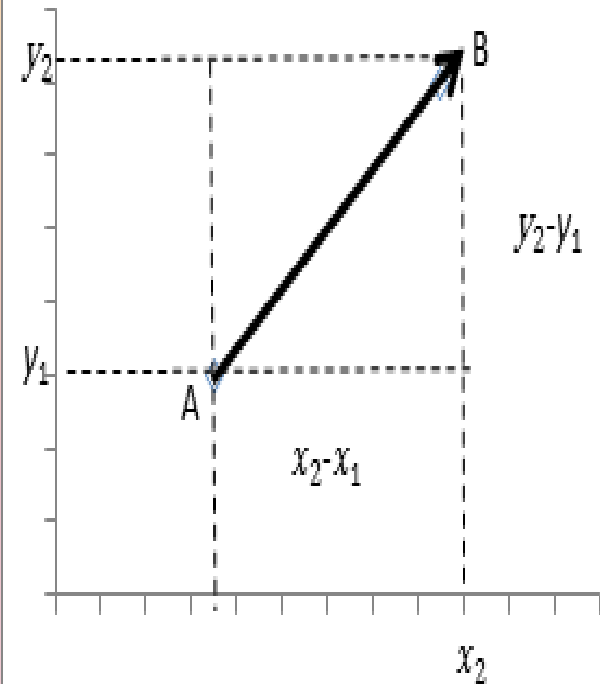
3. RESULTAN BEBERAPA
BUAH VEKTOR



5. GAYA DENGAN
PENAMBAHAN
KOMPONEN

4. GAYA DALAM
KOMPONEN TEGAK
LURUS

1. VEKTOR



Vektor merupakan sebuah besaran yang memiliki arah. Vektor digambarkan sebagai panah dengan menunjukkan arah vektor berawal dari satu titik dan berakhir di titik tertentu, disebut besar vektor.

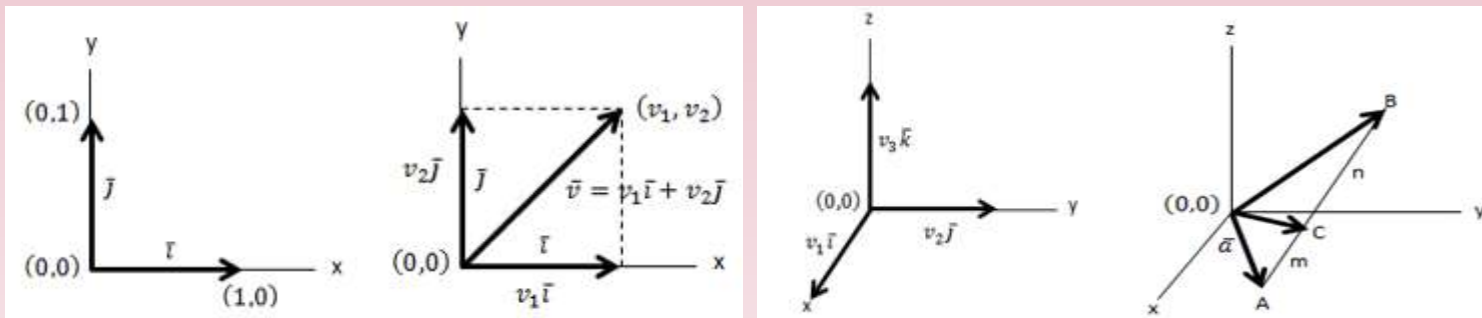
Vektor dinotasikan dengan \vec{v}

$$A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

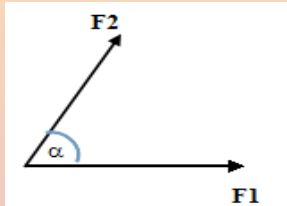
JENIS-JENIS VEKTOR

1. Vektor Posisi, yaitu vektor yang titik awalnya di titik $0(0,0)$ dan berakhir di titik $A(a_1, a_2)$.
2. Vektor Nol, yaitu vektor yang panjangnya nol dan tidak punya arah yang jelas serta dinotasikan $\vec{0}$
3. Vektor Satuan, yaitu vektor yang panjangnya satu satuan $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ $\vec{U}_v = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{|\vec{v}|} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$
4. Vektor Basis, yaitu vektor satuan yang saling tegak lurus. Dalam ruang dua dimensi (R^2) memiliki dua vektor basis, yaitu $\vec{i} = (1, 0)$, $\vec{j} = (0, 1)$. Dan dalam ruang tiga dimensi (R^3), memiliki tiga vektor basis, yaitu $\vec{I} = (1, 0, 0)$, $\vec{J} = (0, 1, 0)$, $\vec{K} = (0, 0, 1)$.



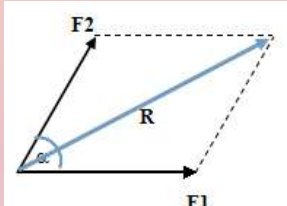
2. RESULTAN DUA BUAH VEKTOR

RESULTAS VEKTOR ADALAH HASIL PENJUMLAHAN DUA ATAU LEBIH VEKTOR.



Gambar 1

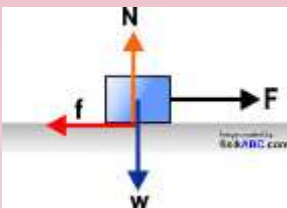
DUA BUAH VEKTOR F1 DAN F2 MEMBENTUK SUDUT α



Gambar 2

RESULTAN VEKTOR $F1 + F2 = R$, UNTUK MENGHITUNG GUNAKAN RUMUS:

$$R = \sqrt{F1^2 + F2^2 + 2.F1.F2.\cos \alpha}$$



GAYA ADALAH TARIKAN ATAU DORONGAN YANG BEKERJA PADA SUATU BENDA.

a. Jika gaya-gayanya searah:

$$R = F_1 + F_2$$

b. Jika gaya-gayanya berlawanan arah:

$$R = F_1 - F_2$$

Keterangan:

F_1 = Gaya Pertama (N)

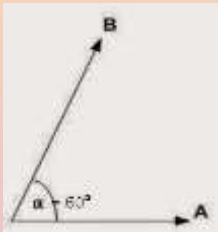
F_2 = Gaya Kedua (N)

R = Resultan Gaya (N)

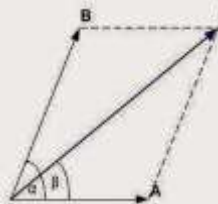
RESULTAN GAYA ADALAH KESELURUHAN GAYA YANG BEKERJA PADA SUATU BENDA.

MENGHITUNG RESULTAN 2 BUAH VEKTOR

Contoh menghitung resultan 2 buah vektor menggunakan rumus cosinus:



Dua buah vektor A dan B memiliki besar 3 m dan 4 m yang membentuk sudut α sebesar 60° . Tentukan besar dan arah resultan vektor-nya.



Resultan vektor $A + B = F$ dengan arah membentuk sudut β terhadap vektor A.

PENYELESAIAN:

GUNAKAN RUMUS COSINUS:

$$F = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha}$$

MENENTUKAN ARAH VEKTOR GUNAKAN:

$$\sin \beta = \frac{B}{F} \sin \alpha$$

PENYELESAIAN:

BESAR VEKTOR ADALAH:

$$F = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 60^\circ}$$

$$F = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2}}$$

$$F = \sqrt{9 + 16 + 12}$$

$$F = \sqrt{37} \text{ m}$$

ARAH VEKTOR, YAITU:

$$\sin \beta = \frac{B}{F} \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{37}} \sin 60^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{37}} \times \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\sin \beta = 0,5320$$

$$\beta = \sin^{-1} 0,5320$$

$$\beta = 35,7^\circ$$

SELISIH RESULTAN VEKTOR:

$$F = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \alpha}$$

$$F = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos 60^\circ}$$

$$F = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2}}$$

$$F = \sqrt{9 + 16 - 12}$$

$$F = \sqrt{13} \text{ m}$$

ARAH VEKTOR:

$$\sin \beta = \frac{B}{F} \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{13}} \sin 60^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{13}} \times \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\sin \beta = 0,9608$$

$$\beta = \sin^{-1} 0,9608$$

$$\beta = 73,9^\circ$$

3. RESULTAN BEBERAPA BUAH VEKTOR

MISALKAN 3 BUAH VEKTOR, YAITU $F_1 = 10\text{N}$, $F_2 = 25\text{N}$ DAN $F_3 = 15\text{N}$
PERTANYAAN:

1. TENTUKAN RESULTAN KETIGA VEKTOR
2. TENTUKAN ARAH VEKTOR TERHADAP SUMBU X,
JIKA DIKETAHUI:

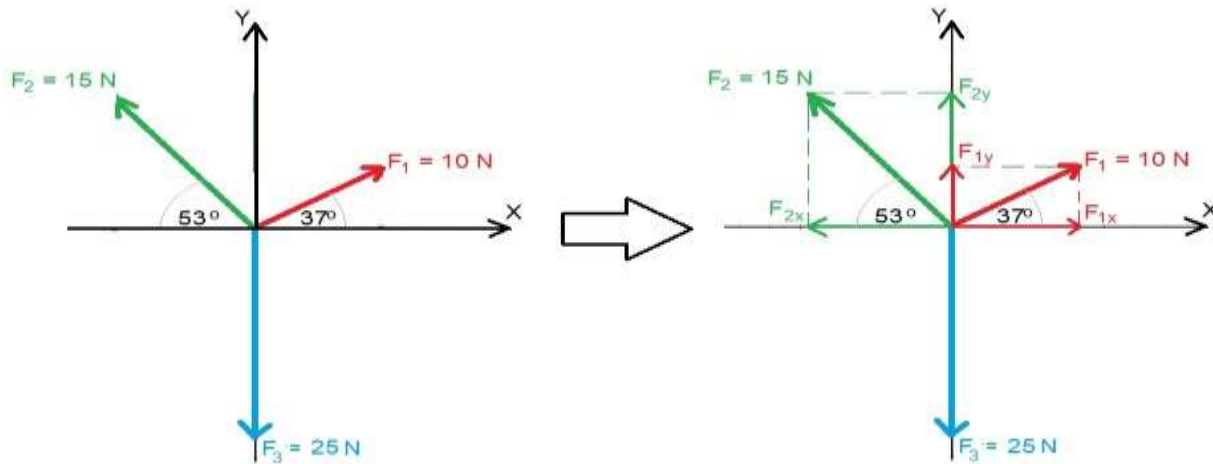
$$\sin 37^\circ = 3/5, \sin 53^\circ = 4/5$$

$$\cos 37^\circ = 4/5, \cos 53^\circ = 3/5$$

LANGKAH PENYELESAIAN:

- a. Proyeksikan vektor terhadap sumbu X dan sumbu Y, kecuali vektor yang sudah terletak pada sumbu X dan sumbu Y.
- b. Jumlahkan komponen vektor baik secara horizontal maupun vertikal, gunakan tanda (+) untuk vektor yang arahnya ke kanan dan tanda (-) untuk vektor yang arahnya ke kiri.
- c. Hitung resultan vektor horizontal dan vertikal.
- d. Hitung arah resultan terhadap sumbu X, dengan menggunakan prinsip tangen sudut dari vektor vertikal terhadap vektor horizontal.

PENYELESAIAN TIGA BUAH VEKTOR



Komponen-komponen horisontal

$$F_{1x} = F_1 \cos 37^\circ = (10)\left(\frac{4}{5}\right) = 8 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 53^\circ = (15)\left(\frac{3}{5}\right) = 9 \text{ N}$$

Jumlah komponen-komponen horisontal

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x}$$

$$\Sigma F_x = 8 \text{ N} - 9 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = -1 \text{ N}$$

Komponen-komponen vertikal

$$F_{1y} = F_1 \sin 37^\circ = (10)\left(\frac{3}{5}\right) = 6 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 53^\circ = (15)\left(\frac{4}{5}\right) = 12 \text{ N}$$

Jumlah komponen-komponen vertikal

$$\Sigma F_y = F_{2y} + F_{1y} - F_3$$

$$\Sigma F_y = 12 \text{ N} + 6 \text{ N} - 25 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = -7 \text{ N}$$

$$\text{Resultan} = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$\text{Resultan} = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2}$$

Jadi resultan gaya sebesar $\sqrt{50}$ N atau $5\sqrt{2}$ N

Selanjutnya, setelah menghitung resultan gaya sekarang kita hitung arah resultan terhadap sumbu X, yaitu sudut θ antara resultan dengan sumbu X

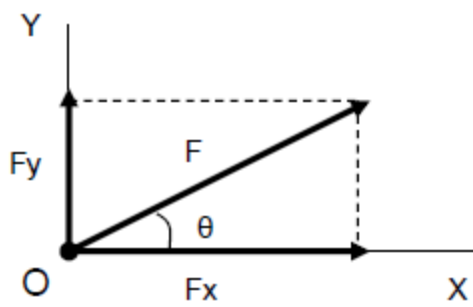
$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

$\tan \theta = \frac{-7}{-1}$, karena jumlah komponen horisontal dan vertikal bertanda negatif, maka sudut θ berada pada kuadran III

$$\tan \theta = 7$$

Diperoleh $\theta = 81,87^\circ$

4. GAYA DALAM KOMPONEN TEGAK LURUS



GAYA KOMPONEN SALING TEGAK LURUS

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

$$\text{maka, } \tan \theta = F_y / F_x$$

BERLAKU RUMUS PYTHAGORAS: $R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

CONTOH:

Diketahui ada dua vektor dengan gaya saling tegak lurus, yaitu:

$$F_1 = 3\text{N}$$

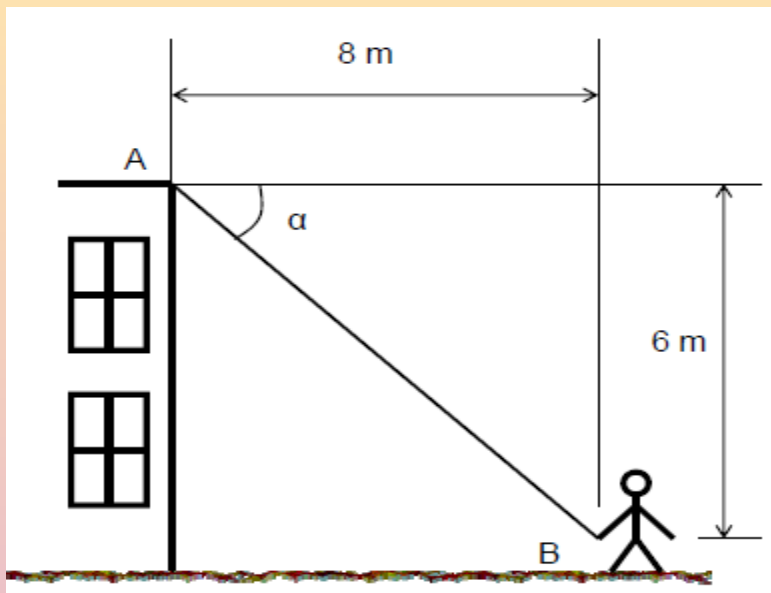
$$F_2 = 4\text{N}$$

Ditanya: Berapa gaya resultan kedua vektor ?.

Penyelesaian:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow R = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow F \text{ Resultan} = 5\text{N}$$

PERHITUNGAN GAYA KOMPONEN TEGAK LURUS



Seorang laki-laki menarik tali yang diikatkan pada sebuah gedung dengan gaya 300 N seperti tampak pada gambar.

Hitung komponen vertikal dan horizontal yang bekerja pada titik A di gedung tersebut.

NB: Sebelum menghitung Gaya Komponen, terlebih dahulu menghitung besar sudut pada vektor terhadap sumbu X

PENYELESAIAN:

PERHITUNGAN SUDUT VEKTOR:

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

$$\tan \theta = \frac{6}{8} = 0,75$$

$$\arctan (0,75) = 36,87^\circ$$

GAYA KOMPONEN:

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= 300 \text{ N} \cos 36,87^\circ \\ &= 300 \text{ N} \times 0,799999 = 240 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= F \sin \theta \\ &= 300 \text{ N} \sin 36,87^\circ \\ &= 300 \text{ N} \times 0,6 = 180 \text{ N} \end{aligned}$$

QUADRAN PYTHAGORAS

KUADRAN II

$$\text{Sin } (180^\circ - A) = +\text{Sin } A \quad +$$

$$\text{Cos } (180^\circ - A) = -\text{Cos } A \quad -$$

$$\text{Tan } (180^\circ - A) = -\text{Tan } A \quad -$$

KUADRAN I

$$\text{Sin } (90^\circ - A) = \text{Cos } A \quad +$$

$$\text{Cos } (90^\circ - A) = \text{Sin } A \quad +$$

$$\text{Tan } (90^\circ - A) = \text{Cot } A \quad +$$

KUADRAN III

$$\text{Sin } (180^\circ + A) = -\text{Sin } A \quad -$$

$$\text{Cos } (180^\circ + A) = -\text{Cos } A \quad -$$

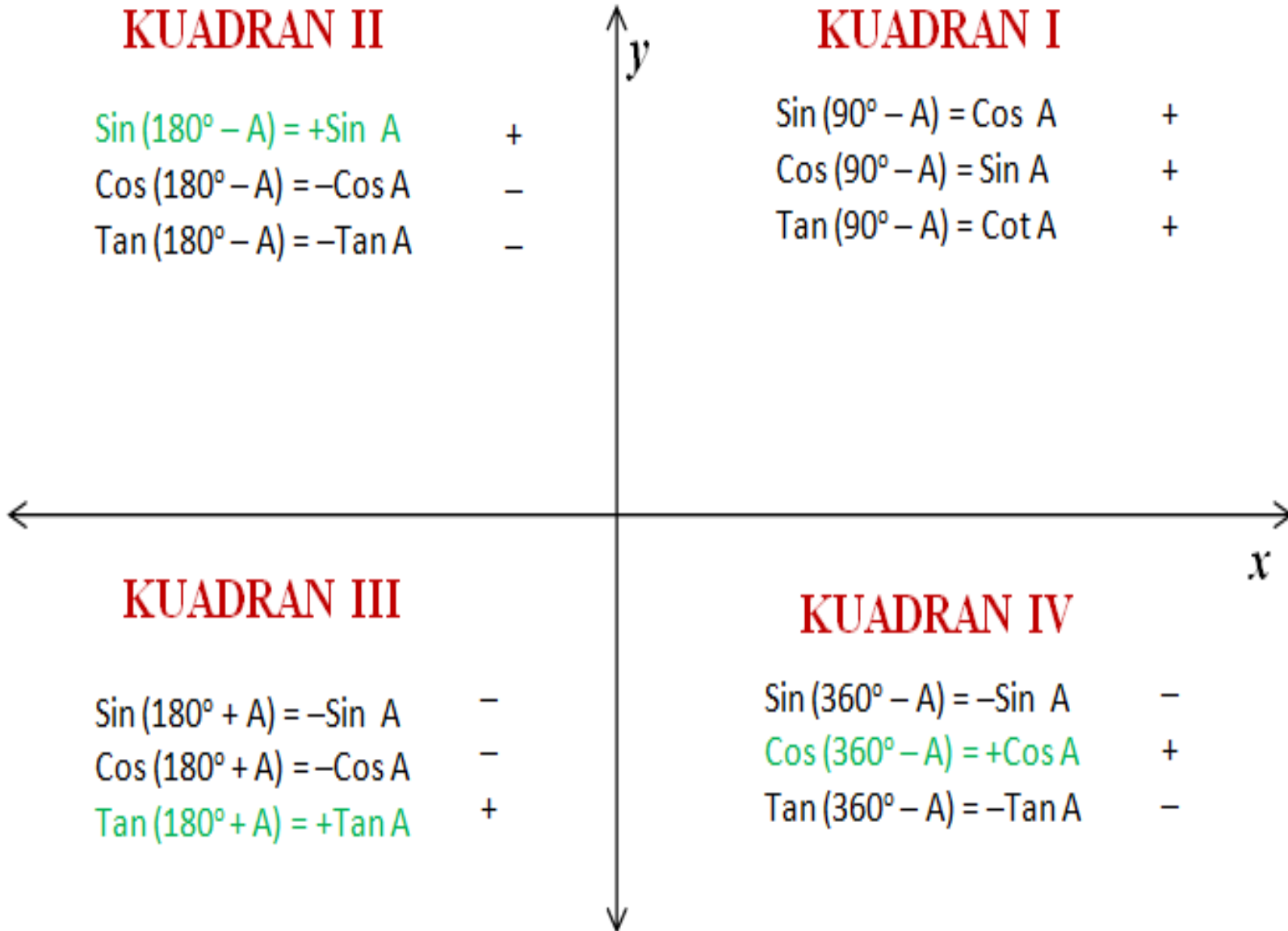
$$\text{Tan } (180^\circ + A) = +\text{Tan } A \quad +$$

KUADRAN IV

$$\text{Sin } (360^\circ - A) = -\text{Sin } A \quad -$$

$$\text{Cos } (360^\circ - A) = +\text{Cos } A \quad +$$

$$\text{Tan } (360^\circ - A) = -\text{Tan } A \quad -$$



SISTEM SATUAN

Mengacu pada Sistem Internasional (SI)

- Kecepatan : m/s
- Gaya : N
- Percepatan : m/s^2
- Momen : N m atau Nmm
- Massa : kg
- Panjang : m atau mm
- Daya : W
- Tekanan : N/m^2 atau pascal (Pa)
- Tegangan : N/mm^2 atau Mpa
- dll

MENCARI BESAR KOMPONEN VEKTOR

DIKETAHUI:

VEKTOR A= 4 SATUAN

MEMBENTUK SUDUT 30° TERHADAP SUMBU X POSITIF

PERTANYAAN:

BERAPA BESAR KOMPONEN VEKTOR PADA SUMBU X DAN SUMBU Y

PENYELESAIAN :

- BESAR KOMPONEN TERHADAP SUMBU X (HORIZONTAL):

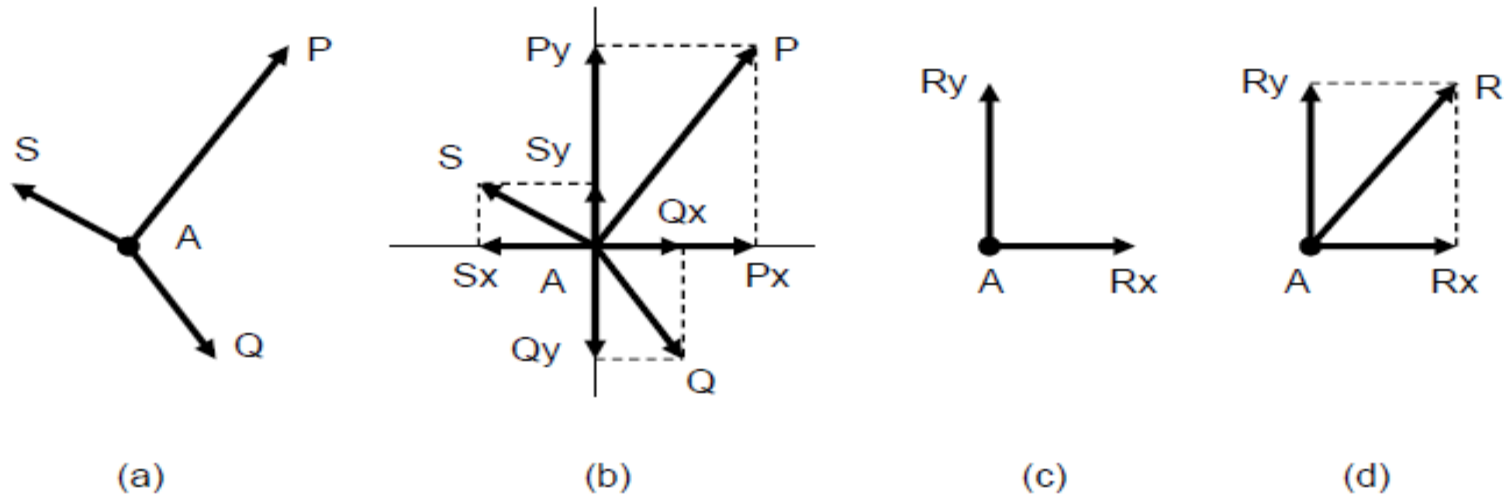
$$\begin{aligned}A_x &= A \cos \alpha === 4 \cos 30^{\circ} \\ &= 4(\sqrt{3}/2) === A_x = 2\sqrt{3} \text{ satuan}\end{aligned}$$

- BESAR KOMPONEN TERHADAP SUMBU Y (VERTIKAL):

$$\begin{aligned}A_y &= A \sin \alpha === 4 \sin 30^{\circ} \\ &= 4(1/2) === A_y = 2 \text{ satuan}\end{aligned}$$

5. GAYA DENGAN PENAMBAHAN KOMPONEN

PENJUMLAHAN GAYA DENGAN MENAMBAHKAN KOMPONEN X DAN Y

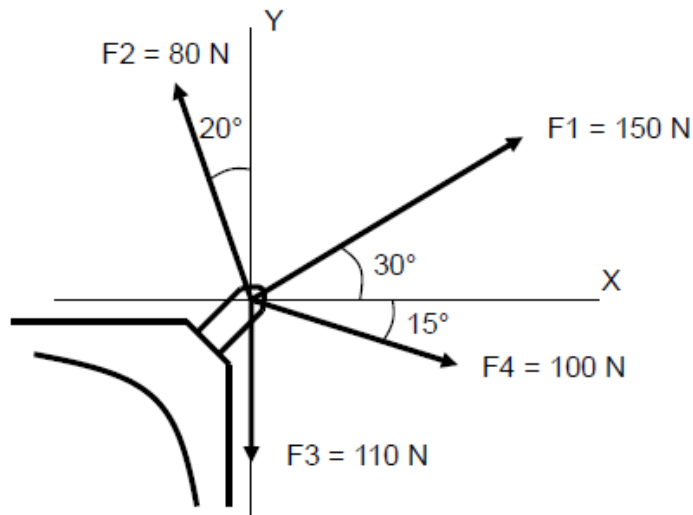


$$\Sigma F_x = P_x + Q_x + S_x, \text{ maka } \Sigma F_x = R_x$$

$$\Sigma F_y = P_y + Q_y + S_y, \text{ maka } \Sigma F_y = R_y$$

$$R_x + R_y = R$$

CONTOH SOAL:



Empat buah gaya bekerja pada titik A dari sebuah baut sebagaimana pada gambar. Tentukan resultan gaya-gaya yang bekerja pada baut tersebut.

Penyelesaian:

- Perhitungan untuk komponen F_1 :

$$F_{1X} = F_1 \cos 30^\circ = 150 \cos 30^\circ = 150 (0,866) = 129,9 \text{ N}$$

$$F_{1Y} = F_1 \sin 30^\circ = 150 \sin 30^\circ = 150 (0,5) = 75 \text{ N}$$

- Perhitungan untuk komponen F_2 :

$$F_{2X} = F_2 \cos 70^\circ = 80 \cos 70^\circ = 80 (0,342) = 27,36 \text{ N}$$

$$F_{2Y} = F_2 \sin 70^\circ = 80 \sin 70^\circ = 80 (0,93969) = 75,175 \text{ N}$$

PENYELESAIAN:

- Perhitungan untuk komponen F_3 :

$$F_{3X} = F_3 \cos 90^\circ = 110 \cos 90^\circ = 110 (0) = 0 \text{ N}$$

$$F_{3Y} = F_3 \sin 90^\circ = 110 \sin 90^\circ = 110 (1) = 110 \text{ N}$$

- Perhitungan untuk komponen F_4 :

$$F_{4X} = F_4 \cos 15^\circ = 100 \cos 15^\circ = 100 (0,9659) = 96,59 \text{ N}$$

$$F_{4Y} = F_4 \sin 15^\circ = 100 \sin 15^\circ = 100 (0,2588) = 25,88 \text{ N}$$

PENJUMLAHAN GAYA:

$$\begin{aligned} R_X &= F_{1X} - F_{2X} - F_{3X} + F_{4Y} = (129,9 - 27,36 - 0 + 96,59) \text{ N} \\ &= 199,13 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_Y &= F_{1Y} + F_{2Y} - F_{3Y} - F_{4Y} = (75 + 75,175 - 110 - 25,88) \text{ N} \\ &= 14,295 \text{ N} \end{aligned}$$

$$R = R_X + R_Y = (199,13 + 14,295) \text{ N} = 213,425 \text{ N}$$

Terima Kasih